Определим значения кинетических моментов L_{z0} при $t_1 = 0$ и $L_{z\tau}$ при $t_1 = T$ и приравняем эти значения.

Для $t_1 = 0$

$$L_{z0} = (J_z + m_2 \cdot O_1O^2)\,\omega_\tau = 2368 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

При $t_1 > 0$ скорость точки K складывается из относительной скорости $\vec{v}_r$ по отношению к телу H и переносной скорости $\vec{v}_e$ в движении вместе с телом H. Поэтому для $t_1 = T$ покажем два вектора количества движения точки: $m_2\vec{v}_r$ и $m_2\vec{v}_e$.

Для $t_1 = T$

$$L_{zT} = J_z\omega_\tau + m_2\omega_T(O_1K_T)^2 + m_2v_r \cdot O_1C.$$

Найдем

$$(O_1K_T)^2 = (O_1C)^2 + (CK_T)^2,$$

где

$$CK_T = OK_T - OC, \qquad OK_T = s_{t_1 = T} = 0{,}5T^2 = 0{,}5 \cdot 2^2 = 2 \text{ м},$$

т. е.

$$CK_T = 2 - 1{,}6 = 0{,}4 \text{ м}, \qquad (O_1K_T)^2 = 1{,}2^2 + 0{,}4^2 = 1{,}6 \text{ м}^2.$$

Относительная скорость

$$v_r = ds/dt = t_1,$$

при $t_1 = T = 2$ с.

$$v_r = 2 \text{ м/с}.$$

Поэтому

$$L_{zT} = 864\omega_T + 80\omega_T \cdot 1{,}6 - 80 \cdot 2 \cdot 1{,}2 = 992\omega_T - 192.$$

Приравнивая L_{z0} и L_{zT}:

$$2368 = 992\omega_T - 192,$$

находим

$$\omega_T = 2{,}59 \text{ рад/с}.$$

гр 1411
24.04.2003

Задание Д.10. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы

Механическая система под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя; начальное положение системы показано на рис. 152–154. Учитывая трение скольжения тела *1* (варианты 1–3, 5, 6, 8–12, 17–23, 28–30) и сопротивление качению тела *3*, катящегося без скольжения (варианты 2, 4, 6–9, 11, 13–15, 20, 21, 24, 27, 29), пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемых нерастяжимыми, определить скорость тела *1* в тот момент, когда пройденный им путь станет равным s.

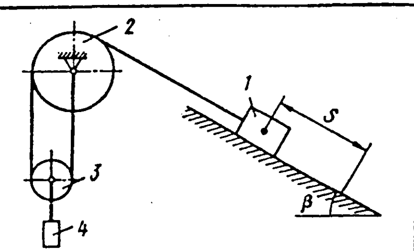
В задании приняты следующие обозначения: m_1, m_2, m_3, m_4 – массы тел *1, 2, 3, 4*; R_2, r_2, R_3, r_3 – радиусы больших и малых окружностей; i_{2x}, $i_{3\xi}$ – радиусы инерции тел *2* и *3* относительно горизонтальных осей, проходящих через их центры тяжести; α, β – углы наклона плоскостей к горизонту; f – коэффициент трения скольжения; δ – коэффициент трения качения.

Необходимые для решения данные приведены в табл. 47. Блоки

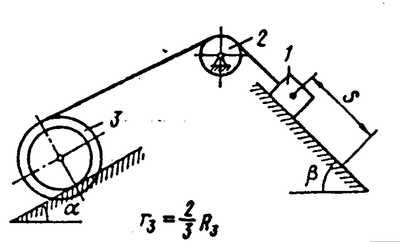
Таблица 47

Номер варианта (рис. 152–154)	m_1	m_2	m_3	m_4	R_2	R_3	i_{2x}	$i_{2\xi}$	α	β	f	δ, см	s, м	Примечание
	кг				см		см		град					
1	m	$4m$	$^1/_5m$	$^4/_3m$	–	–	–	–	~~[illegible]~~	60	0,10	–	2	
2	m	$^1/_2m$	$^1/_3m$	–	–	30	–	20	30	45	0,22	0,20	2	
3	m	m	$^1/_{10}m$	m	–	–	–	–	45	–	0,10	–	2	
4	m	$2m$	$40m$	m	20	40	18	–	–	–	–	0,30	$0{,}1\pi$	Массами звеньев AB, BC и ползуна B пренебречь
5	m	$2m$	m	–	20	15	18	–	60	–	0,12	–	$0{,}28\pi$	Массой водила пренебречь
6	m	$3m$	m	–	–	28	–	–	30	45	0,10	0,28	1,5	
7	m	$2m$	$2m$	–	16	25	14	–	30	–	–	0,20	2	
8	m	$^1/_2m$	$^1/_3m$	–	–	30	–	–	30	45	0,15	0,20	1,75	
9	m	$2m$	$9m$	–	–	30	–	20	30	–	0,12	0,25	1,5	
10	m	$^1/_4m$	$^1/_4m$	$^1/_5m$	–	–	–	–	60	–	0,10	–	3	
11	m	$^1/_2m$	$^1/_4m$	–	–	30	–	25	30	45	0,17	0,20	2,5	
12	m	$^1/_2m$	$^1/_5m$	m	30	–	20	–	30	–	0,20	–	2,5	
13	m	$2m$	$5m$	$2m$	30	20	26	–	30	–	–	0,24	2	
14	m	$^1/_2m$	$5m$	$4m$	–	25	–	–	–	–	–	0,20	2	Массы каждого из четырех колес одинаковы
15	m	$^1/_2m$	$4m$	$^1/_2m$	20	15	18	–	60	–	–	0,25	1,5	
16	m	$^1/_{10}m$	$^1/_{20}m$	$^1/_{10}m$	10	12	–	–	–	–	–	–	$0{,}05\pi$	Массой водила пренебречь
17	m	$^1/_4m$	$^1/_5m$	$^1/_{10}m$	20	–	15	–	60	–	0,10	–	$0{,}16\pi$	Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
18	m	$3m$	m	–	35	15	32	–	60	–	0,15	–	$0{,}2\pi$	Массой водила пренебречь
19	m	$^1/_3m$	$^1/_{10}m$	m	24	–	20	–	60	–	0,15	–	1,5	
20	m	$2m$	$20m$	–	20	15	16	–	30	–	0,10	0,20	$0{,}2\pi$	Массами звеньев AB, BC и ползуна B пренебречь
21	m	m	$2m$	–	20	20	16	–	30	45	0,20	0,32	1,2	
22	m	$^1/_2m$	$^1/_4m$	–	20	10	–	–	60	–	0,17	–	$0{,}1\pi$	Массой водила пренебречь
23	m	m	$^1/_{10}m$	$^4/_5m$	20	–	18	–	30	–	0,10	–	1	
24	m	$3m$	$20m$	–	20	30	18	–	–	–	–	0,60	$0{,}08\pi$	Массами звеньев AB, BC и ползуна B пренебречь
25	m	$^1/_3m$	$^1/_4m$	–	16	20	–	–	–	–	–	–	$0{,}04\pi$	Массой водила пренебречь
26	m	$^1/_2m$	m	$^1/_3m$	30	–	20	–	–	–	–	–	$0{,}6\pi$	Массы и моменты инерции блоков 2 и 5 одинаковы. Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
27	m	m	$6m$	$^1/_2m$	20	20	16	–	30	–	–	0,20	2	
28	m	$2m$	$3m$	–	20	–	14	–	60	–	0,10	–	$0{,}1\pi$	Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
29	m	$^1/_4m$	$^1/_8m$	–	–	35	–	–	15	30	0,20	0,20	2,4	
30	m	$^1/_2m$	$^3/_{10}m$	$^3/_2m$	26	20	20	18	30	–	0,12	–	2	

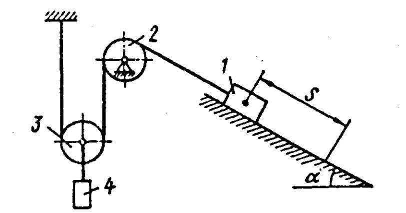
1



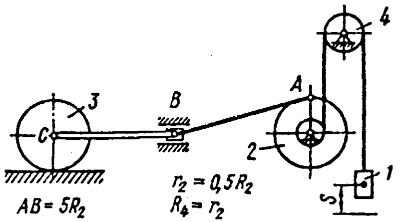
2



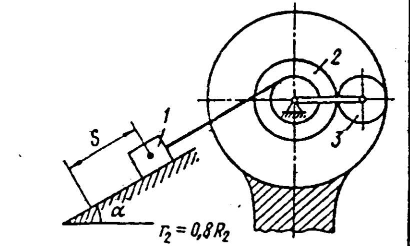
3



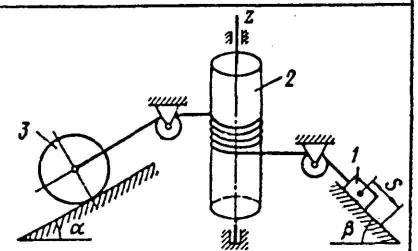
4



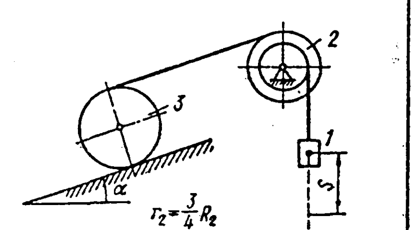
5



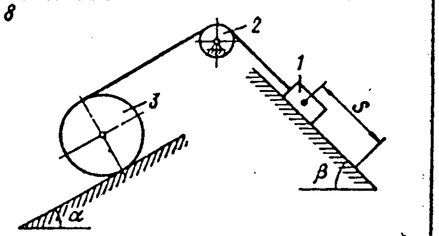
6



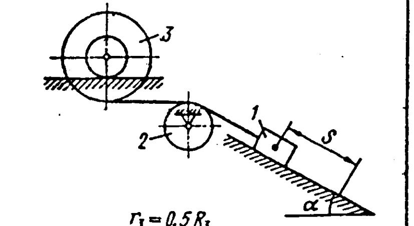
7



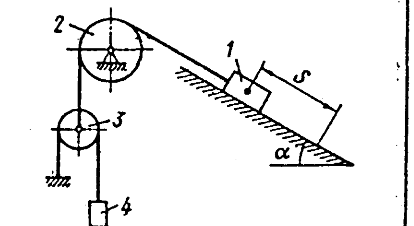
8



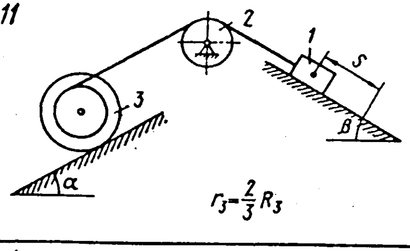
9



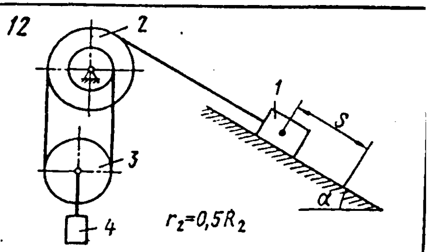
10



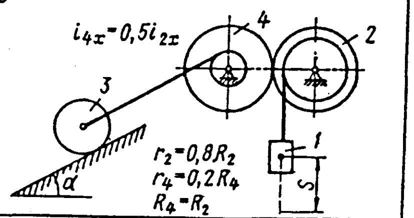
11



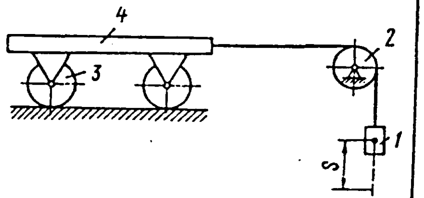
12



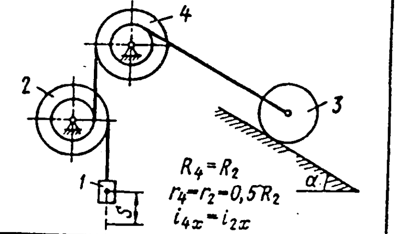
13



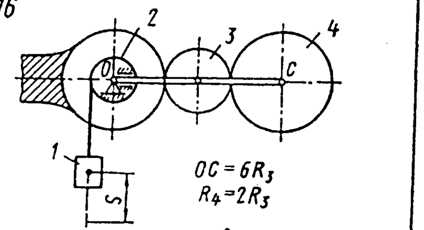
14



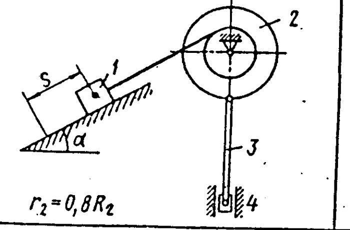
15



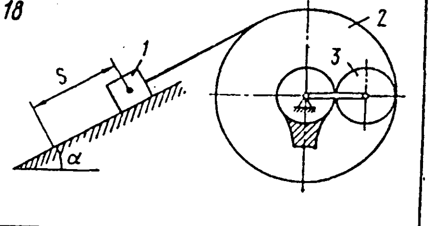
16



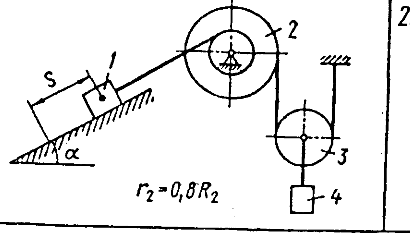
17



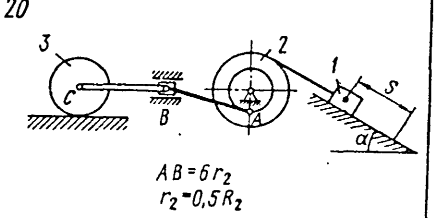
18



19



20



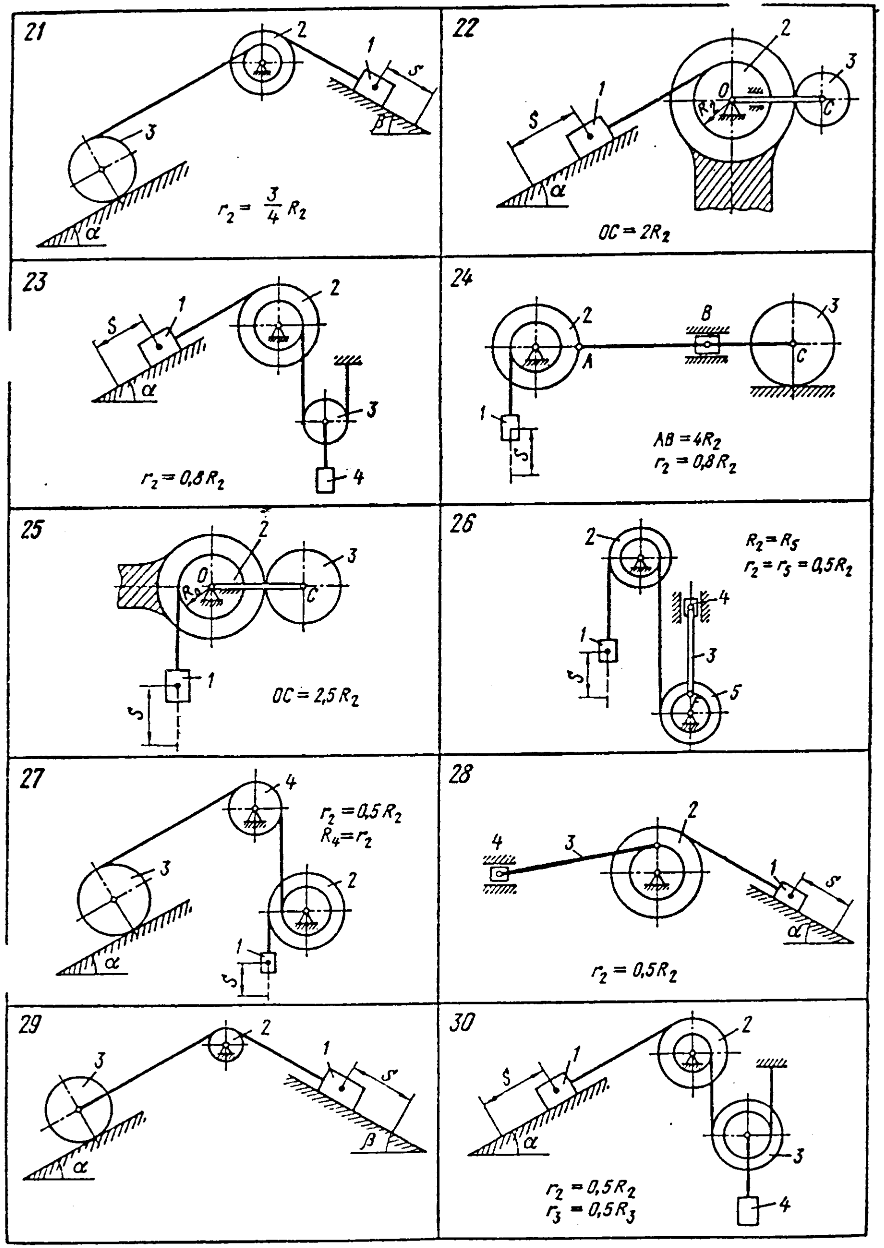


Рис. 154

и катки, для которых радиусы инерции в таблице не указаны, считать сплошными однородными цилиндрами.

Наклонные участки нитей параллельны соответствующим наклонным плоскостям.

Пример выполнения задания. Дано: m_1 – масса груза *1*, $m_2 = 2m_1$, $m_3 = m_1$, $m_4 = 0{,}5m_1$, $m_5 = 20m_1$, $R_2 = R_3 = 12$ см, $r_2 = 0{,}5R_2$, $r_3 = 0{,}75R_3$, $R_5 = 20$ см, $AB = l = 4R_3$, $i_{2\xi} = 8$ см; $i_{3x} = 10$ см, $\alpha = 30°$, $f = 0{,}1$, $\delta = 0{,}2$ см, $s = 0{,}06\pi$ м. Сопротивление качению тела *2* не учитывать. Шатун *4* считать тонким однородным стержнем; каток *5* – однородный сплошной цилиндр. Массами звена BC_5 и ползуна B пренебречь. На рис. 155, *а* показана механическая система в начальном положении.

Найти v_1 – скорость груза *1* в конечном положении.

Р е ш е н и е. Применим теорему об изменении кинетической энергии системы:

$$T - T_0 = \sum A_i^E + \sum A_i^J, \qquad (1)$$

где T_0 и T – кинетическая энергия системы в начальном и конечном положениях; $\sum A_i^E$ – сумма работ внешних сил, приложенных к системе, на перемещении системы из начального положения в конечное; $\sum A_i^J$ – сумма работ внутренних сил системы на том же перемещении.

Для рассматриваемых систем, состоящих из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями и стержнями,

$$\sum A_i^J = 0.$$

Так как в начальном положении система находится в покое, то $T_0 = 0$.

С л е д о в а т е л ь н о, уравнение (1) принимает вид

$$T = \sum A_i^E. \qquad (2)$$

Для определения кинетической энергии T и суммы работ внешних сил надо изобразить систему в конечном положении (рис. 155, *б, в*).

Напишем кинематические соотношения между скоростями и перемещениями точек системы, т. е. уравнения связей, при этом скорости и перемещения выразим соответственно через скорости и перемещения груза *1*.

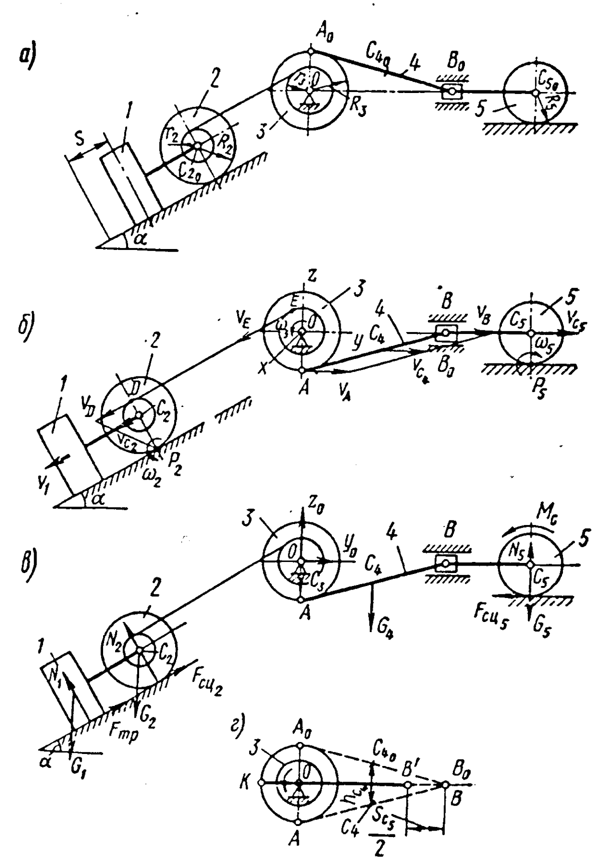


Рис. 155

Скорость центра масс C катка 2 равна скорости груза 1:

$$v_{C2} = v_1. \tag{3}$$

Угловая скорость катка 2, мгновенный центр скоростей которого находится в точке P_2,

$$\omega_2 = v_{C2}/(C_2P_2).$$

Учитывая (3), получим

$$\omega_2 = v_1/R_2. \tag{4}$$

Скорость точки D катка 2

$$v_D = \omega_2 \cdot DP_2,$$

т. е.

$$v_D = \frac{v_1}{R_2}(R_2 + r_2).$$

Скорость точки E блока 3 равна скорости точки D катка 2:

$$v_E = v_D. \tag{5}$$

Но

$$v_E = \omega_3 r_3.$$

Следовательно, по (5),

$$\omega_3 r_3 = \frac{v_1}{R_2}(R_2 + r_2).$$

Так как

$$R_2 = 2r_2,$$

то

$$\omega_3 r_3 = {}^3/_2 v_1,$$

откуда

$$\omega_3 = \frac{3}{2}\frac{v_1}{r_3}. \tag{6}$$

Заменяя в формуле (6)

$$\omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt}, \quad v_1 = \frac{ds}{dt},$$

получим

$$\frac{d\varphi_3}{dt} = \frac{3}{2r_3}\frac{ds}{dt},$$

или

$$d\varphi_3 = \frac{3}{2r_3}ds.$$

После интегрирования (при нулевых начальных условиях)

$$\varphi_3 = \frac{3}{2}\frac{s}{r_3}. \tag{7}$$

Когда груз 1 пройдет путь $s = 0{,}06\pi$ м, блок 3 повернется на угол φ_3:

$$\varphi_3 = \frac{3}{2}\frac{s}{r_3} = \frac{3}{2}\frac{0{,}06\pi}{0{,}09} = \pi.$$

При этом повороте блока 3 на 180° его точка A_0 перейдет в конечное положение A и шатун 4 из начального положения A_0B_0 перейдет в конечное положение AB.

Каток 5 переместится влево при повороте блока 3 на угол $\pi/2$ и вправо при повороте блока еще на $\pi/2$; значит, конечное положение катка 5 совпадает с его начальным положением.

Таким образом, конечное положение всей системы вполне определено (рис. 155, *б*).

Вычислим кинетическую энергию системы в конечном положении как сумму кинетических энергий тел 1, 2, 3, 4, 5:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5. \tag{8}$$

Кинетическая энергия груза 1, движущегося поступательно,

$$T_1 = m_1 v_1^2/2. \tag{9}$$

Кинетическая энергия катка 2, совершающего плоское движение,

$$T_2 = \frac{m_2 v_{C2}^2}{2} + \frac{J_{2\xi}\omega_2^2}{2}, \tag{10}$$

где $J_{2\xi}$ – момент инерции катка 2 относительно его продольной центральной оси $C_{2\xi}$:

$$J_{2\xi} = m_2 i_{2\xi}^2. \tag{11}$$

Подставляя (3), (4), (11) в формулу (10), получаем

$$T_2 = \frac{m_2 v_1^2}{2} + \frac{m_2 i_{2\xi}^2}{2R_2^2}v_1^2 = \frac{1}{2}m_2\left(1 + \frac{i_{2\xi}^2}{R_2^2}\right)v_1^2. \tag{12}$$

Кинетическая энергия тела 3, вращающегося вокруг оси Ox,

$$T_3 = \frac{1}{2}J_{3x}\omega_3^2, \tag{13}$$

где J_{3x} – момент инерции блока 3 относительно оси Ox:

$$J_{3x} = m_3 i_{3x}^2. \tag{14}$$

Подставляя (6), (14) в формулу (13), получаем

$$T_3 = \frac{m_3 i_{3x}^2}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{v_1}{r_3}\right)^2 = \frac{9}{8}m_3\frac{i_{3x}^2}{r_3^2}v_1^2. \tag{15}$$

Кинетическая энергия шатуна 4, совершающего плоское движение,

$$T_4 = \frac{m_4 v_{C4}^2}{2} + \frac{J_{4\xi}\omega_4^2}{2},$$

где v_{C4} – скорость центра масс C_4 шатуна 4; ω_4 угловая скорость шатуна 4; $J_{4\xi}$ – момент инерции шатуна относительно центральной оси $C_{4\xi}$.

Для определения v_{C4} и ω_4 найдем положение мгновенного центра скоростей шатуна 4. Так как скорости точек A и B в этот момент параллельны, то мгновенный центр скоростей шатуна 4 находится в бесконечности; следовательно, угловая скорость шатуна в данный момент $\omega_4 = 0$, а скорости всех его точек параллельны и равны между собой. Таким образом, кинетическая энергия шатуна 4

$$T_4 = m_4 v_{C4}^2/2, \tag{16}$$

где

$$v_{C4} = v_A. \tag{17}$$

Вращательная скорость точки A тела 3

$$v_A = \omega_3 R_3, \tag{18}$$

или с учетом (14)

$$v_A = {}^3/_2 R_3 v_1/r_3.$$

Поскольку $r_3 = {}^3/_4 R_3$, получим

$$v_A = 2v_1.$$

По (17)

$$v_{C4} = v_A, \qquad v_{C4} = 2v_1. \tag{19}$$

После подстановки (19) в (16) выражение кинетической энергии шатуна 4 принимает вид

$$T_4 = {}^1/_2 m_4 (2v_1)^2 = 2m_4 v_1^2. \tag{20}$$

Кинетическая энергия катка 5, совершающего плоское движение,

$$T_5 = m_5 v_{C5}^2/2 + J_{5\xi}\omega_5^2/2,$$

где v_{C5} – скорость центра масс C_5 катка 5; $J_{5\xi}$ – момент инерции катка 5 (однородного сплошного цилиндра) относительно его центральной продольной оси $C_{5\xi}$, $J_{5\xi} = m_5 R_5^2/2$; ω_5 – угловая скорость катка 5.

Так как каток катится без скольжения, то мгновенный центр скоростей находится в точке P_5. Поэтому

$$\omega_5 = v_{C5}/R_5.$$

Следовательно,

$$T_5 = \frac{m_5 v_{C5}^2}{2} + \frac{m_5 R_5^2 v_{C5}^2}{2\cdot 2R_5^2} = \frac{3}{4} m_5 v_{C5}^2.$$

Так как звено BC_5 совершает поступательное движение, то $v_{C5} = v_B$, но $v_B = v_{C4} = 2v_1$. Значит, $v_{C5} = 2v_1$.

Поэтому выражение кинетической энергии катка 5 принимает вид

$$T_5 = {}^3/_4 m_5 (2v_1)^2 = 3m_5 v_1^2. \tag{21}$$

Кинетическая энергия всей механической системы определяется по формуле (8) с учетом (9), (12), (15), (20), (21):

$$T = m_1 v_1^2/2 + m_2 (1 + i_{2\xi}^2/R_2^2) v_1^2/2 + {}^9/_8 m_3 v_1^2 i_{3x}^2/r_3^2 + 2m_4 v_1^2 + 3m_5 v_1^2.$$

Подставляя сюда заданные значения масс, получаем

$$T = m_1 v_1^2 [1 + 2(1 + i_{2\xi}^2/R_2^2) + {}^9/_4 i_{3x}^2/r_3^2 + 2 + 120]/2,$$

или

$$T = 129 m_1 v_1^2/2. \tag{22}$$

Найдем сумму работ всех внешних сил, приложенных к системе, на заданном ее перемещении. Покажем внешние силы, приложенные к системе (рис. 155, *в*).

Работа силы тяжести $\vec{G}_1$

$$A_{G1} = G_1 h_1 = m_1 g s \sin\alpha. \tag{23}$$

Работа силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$

$$A_{F_{тр}} = -F_{тр} s.$$

Так как

$$F_{тр} = fN_1 = fG_1 \cos\alpha,$$

то

$$A_{F_{тр}} = -f m_1 g s \cos\alpha. \tag{24}$$

Работа силы тяжести $\vec{G}_2$

$$A_{G2} = G_2 h_{C2} = m_2 g s \sin\alpha. \tag{25}$$

Работа сил сцепления $\vec{F}_{сц2}$, $\vec{F}_{сц5}$ катков 2 и 5 равна нулю, так как эти силы приложены в мгновенных центрах скоростей этих катков.

Работа силы тяжести $\vec{G}_4$

$$A_{G4} = G_4 h_{C4},$$

где h_{C4} – вертикальное перемещение центра тяжести C_4 шатуна 4 из начального положения в его конечное положение (рис. 155, *г*):

$$h_{C4} = R_3,$$

$$A_{G4} = m_4 g R_3. \tag{26}$$

Работа пары сил сопротивления качению катка 5

$$A_{M_C} = -M_C \varphi_5, \tag{27}$$

где $M_C = \delta N_5 = \delta G_5$ – момент пары сил сопротивления качению катка 5; φ_5 – угол поворота катка 5.

Так как каток 5 катится без скольжения, то угол его поворота

$$\varphi_5 = s_{C5}/R_5, \tag{28}$$

где s_{C5} – перемещение центра тяжести C_5 катка 5.

В данном примере работу пары сил сопротивления вычислим как сумму работ этой пары при качении катка 5 влево при повороте тела 3 на угол $\pi/2$ и качении вправо, когда тело 3 повернется еще на угол $\pi/2$.

Перемещение центра тяжести C_5 катка 5 равно перемещению ползуна B влево и право:

$$s_{C5} = 2\,(B_0B'). \qquad (29)$$

Определим перемещение B_0B' при повороте тела 3 на угол $\pi/2$. За начало отсчета координаты точки B выберем неподвижную точку K плоскости (рис. 155, г). При этом повороте тела 3 шатун из положения A_0B_0 перейдет в положение KB'. Тогда

$$B_0B' = KB_0 - KB',$$

где

$$KB_0 = KO + OB_0 = R_3 + \sqrt{(A_0B_0)^2 - (A_0O)^2} = R_3 + \sqrt{l^2 - R_3^2},$$

$$KB' = l = 4R_3.$$

Следовательно,

$$B_0B' = R_3 + \sqrt{l^2 - R_3^2} - l = R_3 + \sqrt{(4R_3)^2 - R_3^2} - 4R_3 = 0{,}88R_3. \qquad (30)$$

Подставляя (30) в (29), а затем в (28), находим полный угол поворота катка 5:

$$\varphi_5 = 1{,}76R_3/R_5. \qquad (31)$$

Работа пары сил сопротивления качению по (27)

$$A_{M_C} = -\delta m_5 g\cdot 1{,}76R_3/R_5. \qquad (32)$$

Сумма работ внешних сил определится сложением работ, вычисляемых по формулам (23)–(26) и (32):

$$\sum A_i^E = m_1gs\sin\alpha - fm_1gs\cos\alpha + m_2gs\sin\alpha + m_4gR_3 - \delta m_5g\cdot 1{,}76R_3/R_5.$$

Подставляя заданные значения масс, получаем

$$\sum A_i^E = m_1gs\left(\sin\alpha - f\cos\alpha + 2\sin\alpha + \frac{R_3}{2s} - \frac{\delta\cdot 20\cdot 1{,}76R_3}{R_5s}\right),$$

или

$$\sum A_i^E = 1{,}51m_1gs. \qquad (33)$$

Согласно теореме (2), приравняем значения T и $\sum A_i^E$, определяемые по формулам (22) и (33):

$$129\cdot m_1v_1^2/2 = 1{,}51m_1gs,$$

откуда

$$v_1 = 0{,}21 \text{ м/с}.$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Задание Д.11. Исследование поступательного и вращательного движений твердого тела

Механическая система состоит из механизма (колес 1 и 2) и груза 3. К колесу 1 приложена пара сил с моментом $M = M(t)$ (движущий момент) или движущая сила $P = P(t)$.

Время t отсчитывается от некоторого момента ($t = 0$), когда угловая скорость колеса 1 равна ω_{10}. Момент сил сопротивления ведомого колеса 2 равен M_c. Другие силы сопротивления движению системы не учитывать.

Массы колес 1 и 2 равны m_1 и m_2, а масса груза 3 — m_3.

Радиусы больших и малых окружностей колес R_1, r_1, R_2, r_2.

Схемы механических систем показаны на рис. 156—158, а необходимые для решения данные приведены в табл. 48.

Найти уравнение движения тела системы, указанного в последней графе табл. 48.

Определить также натяжение нитей в заданный момент времени, а в вариантах, где имеется соприкасание колес 1 и 2, найти, кроме того, окружное усилие в точке их касания. Колеса 1 и 2, для которых радиусы инерции i_{x_1} и i_{x_2} в табл. 48 не заданы, считать сплошными однородными дисками.

Пример выполнения задания. Дано: $m_1 = 100$ кг; $m_2 = 150$ кг; $m_3 = 400$; $M = 4200 + 200t$ Н·м; $M_c = 2000$ Н·м = const; $R_1 = 60$; $R_2 = 40$ см; $r_2 = 20$ см; $i_{x_1} = 20\sqrt{2}$; $i_{x_2} = 30$ см; $\omega_{10} = 2$ рад/с.

Найти уравнение $\varphi_2 = f(t)$ вращательного движения колеса 2 механизма, а также окружное усилие S в точке касания колес 1 и 2 и натяжение нити T в момент времени $t_1 = 1$ (рис. 159, а).

Решение. В данной механической системе колеса 1 и 2 механизма вращаются вокруг неподвижных осей, а поднимаемый груз 3 совершает поступательное движение.

Напишем дифференциальные уравнения движения каждого из этих трех тел, для чего отделим одно от другого, разрезав нить, удерживающую груз 3, и разъединив колеса 1 и 2 в точках соприкасания зубцов (рис. 159, б).

К колесу 1 механизма приложены сила тяжести $\vec{G}_1$ движущий момент M, составляющие реакции подшипника $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, окружное усилие $\vec{S}_1$ и нормальная реакция $\vec{N}_1$ колеса 2.

К колесу 2 механизма приложены сила тяжести $\vec{G}_2$, момент сил сопротивления M_c, составляющие реакции подшипника $\vec{Y}_B$, $\vec{Z}_B$, натяжения $\vec{T}$ нити, к которой подвешен груз 3, окружное усилие $\vec{S}_2$ и нормальная реакция $\vec{N}_2$ колеса 1.

К грузу 3 приложены сила тяжести $\vec{G}_3$ и натяжение нити $\vec{T}'$.

Очевидно,

$$\vec{S}_2 = -\vec{S}_1, \quad \vec{N}_1 = -\vec{N}_2 \quad \text{и} \quad \vec{T}' = -\vec{T}.$$

Составим дифференциальное уравнение вращательного движения колеса 1 вокруг оси x_1:

$$J_{x1}\ddot{\varphi}_1 = M_{x1}^E,$$

здесь $M_{x1}^E = \sum M_{ix1}^E$ — главный момент внешних сил, приложенных к колесу 1, относительно оси вращения x_1:

$$\sum M_{ix1}^E = M - S_1R_1.$$

(Момент M приводит в движение колесо 1 и поэтому принят положительным, а момент, создаваемый окружным усилием $\vec{S}_1$, препятствует вращению колеса 1 и, следовательно, отрицателен.)